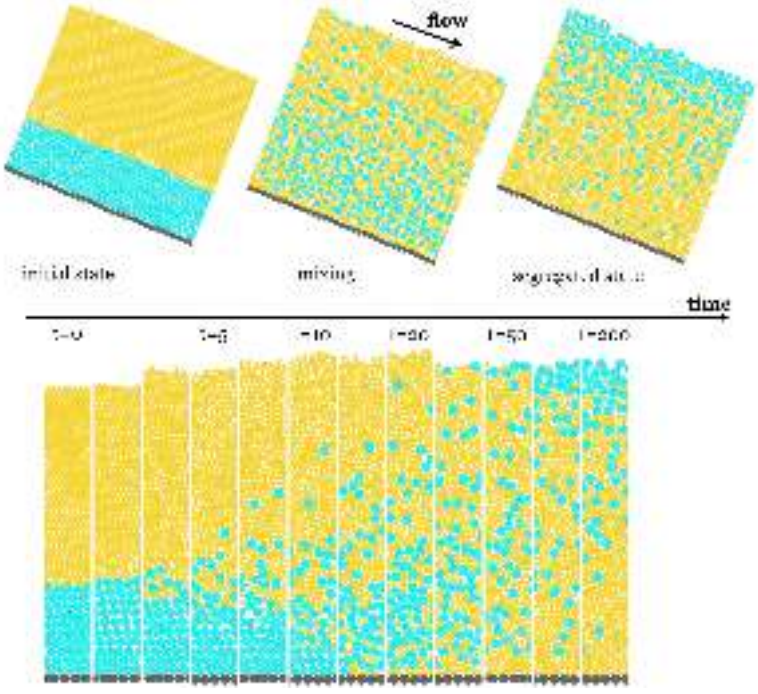
Ségrégation dans les Écoulements Granulaires Denses

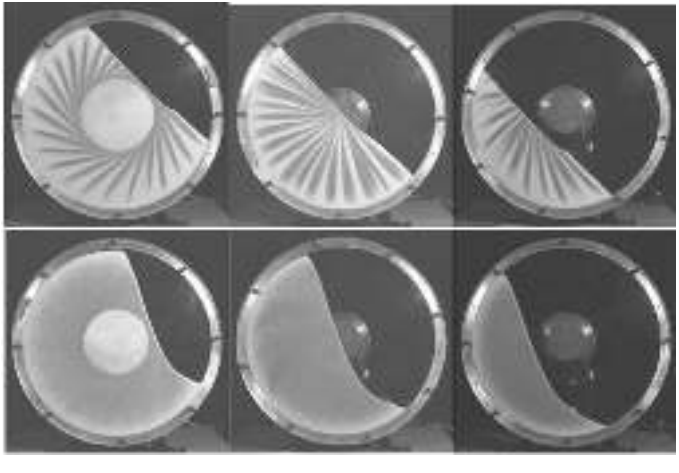


Lydie Staron

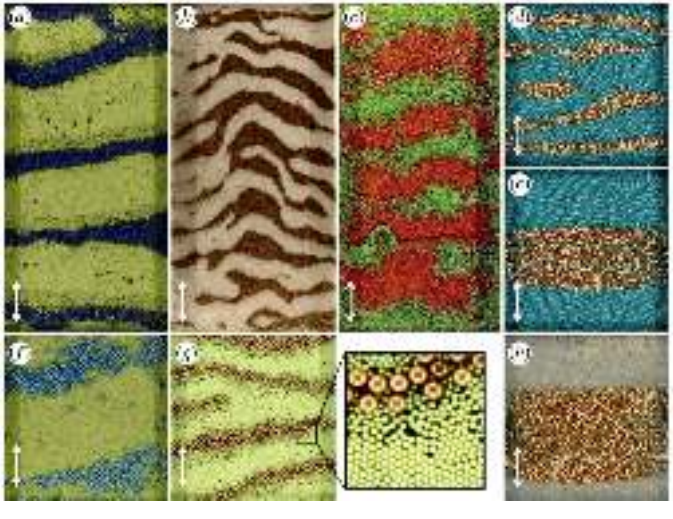
P.-Y. Lagrée, S. Deboeuf, S. Popinet, J. C. Phillips (Bristol)

Institut Jean le Rond D'Alembert, Sorbonne Université, Paris

En présence d'agitation, les grains les plus gros remontent à la surface.



Gray et al 2005



Puhler-Puzovic and Mullin 2013

meximaq.com

Portland Cement Association

www.123rf.com

Strachan 2015

Felix et al 2004

Damtp, Cambridge

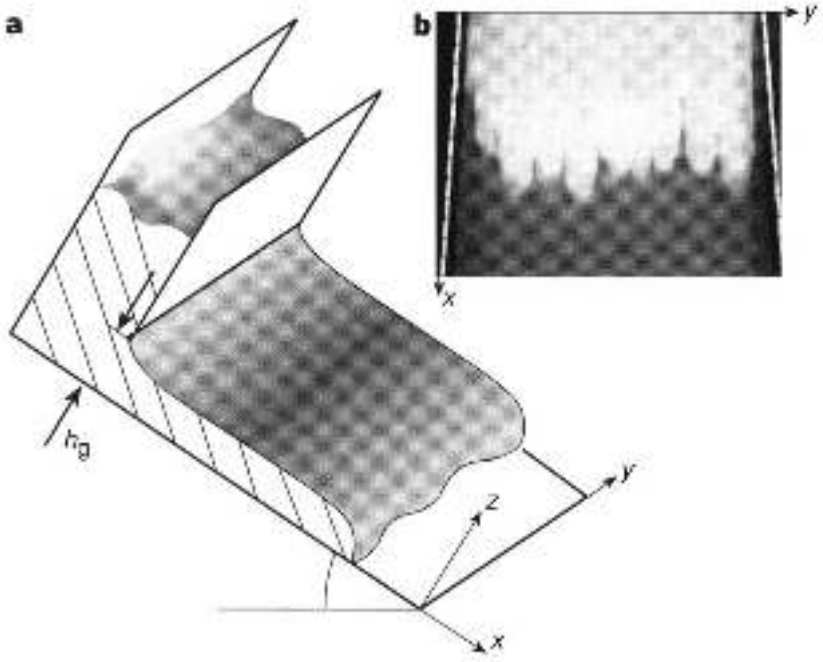
Itokawa, Hayabusa 2005

Introduction

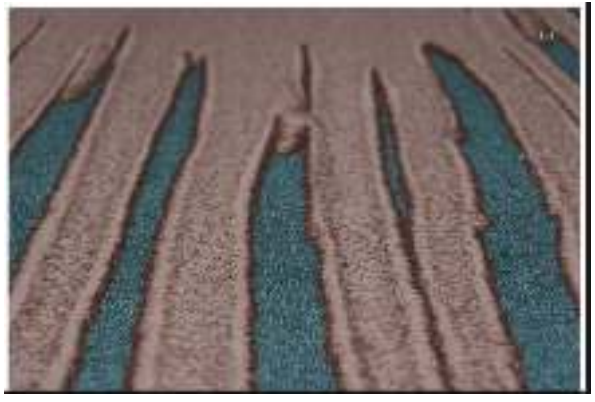
Un enjeu...

- Industriel:
  - Transport de matières premières
  - Tri et mélange
- Géophysique:
  - Image de la dynamique de l'écoulement
  - Influence sur la mobilité
- Théorique:
  - Formulation explicite de la force de poussée
  - Formulation en termes de milieu continu

Influence sur la Forme et la Dynamique



Pouliquen et al Nature 1997

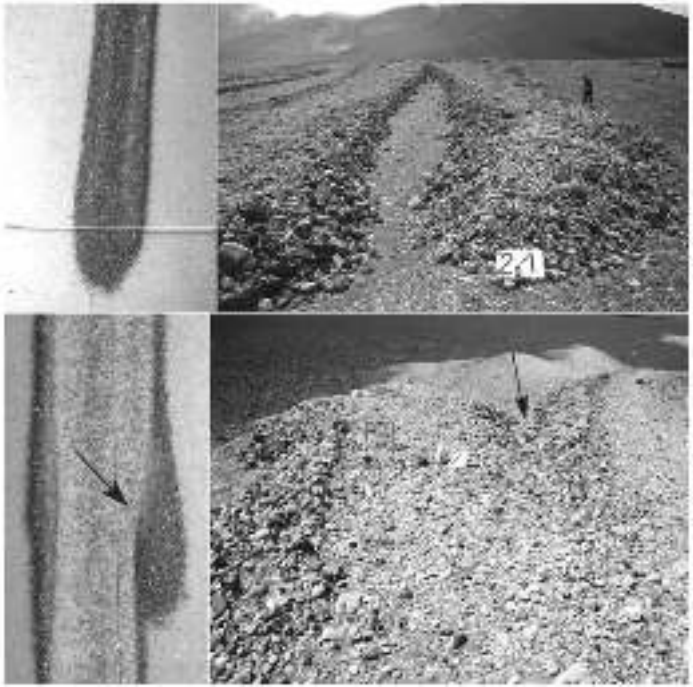


Gray et al 2015

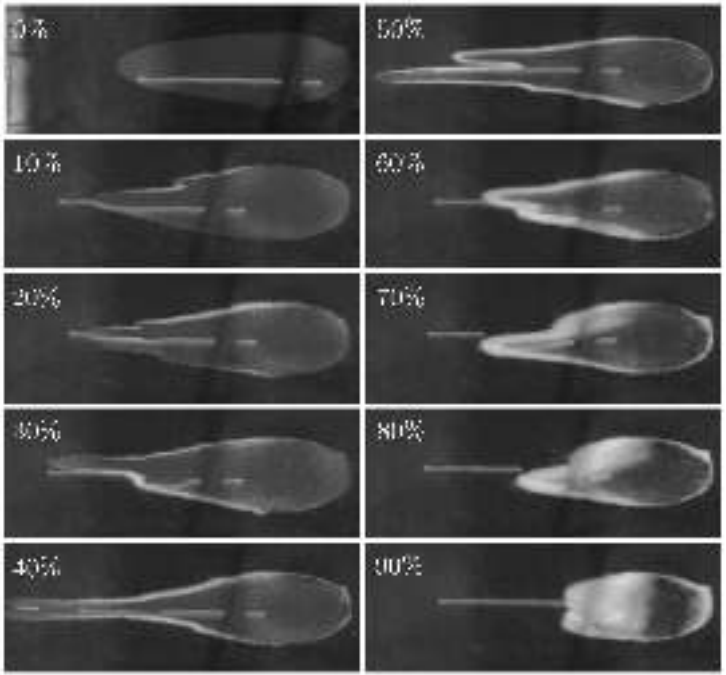
- Destabilisation du front de l'écoulement, morphologie en doigts
- Rôle du frottement de surface des gros et petits grains

Influence sur la Forme et la Dynamique

Felix et al, EPSL 2004



Goujon et al, EPJ E 2007



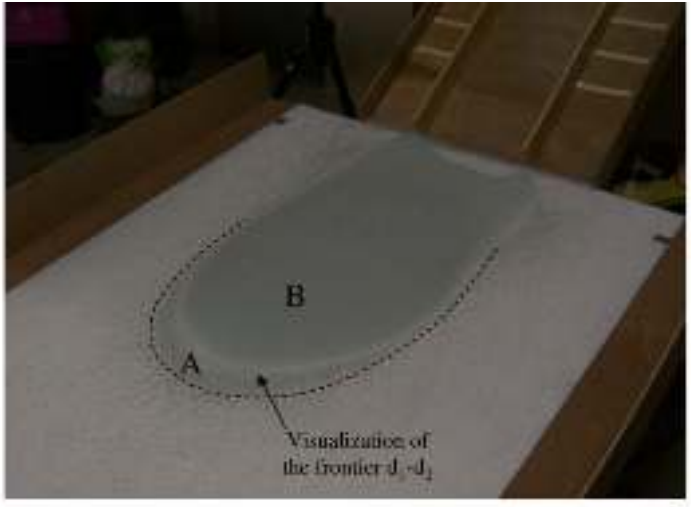
- Apparition de levées
- Destabilisation du front de l'écoulement
- Morphologie en doigts
- Influence sur la longueur de run-out

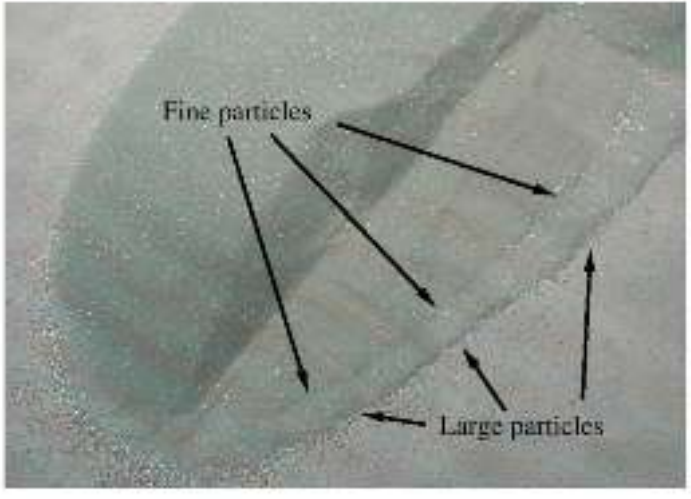
Influence sur la Mobilité

DeHass et al JGR 2015

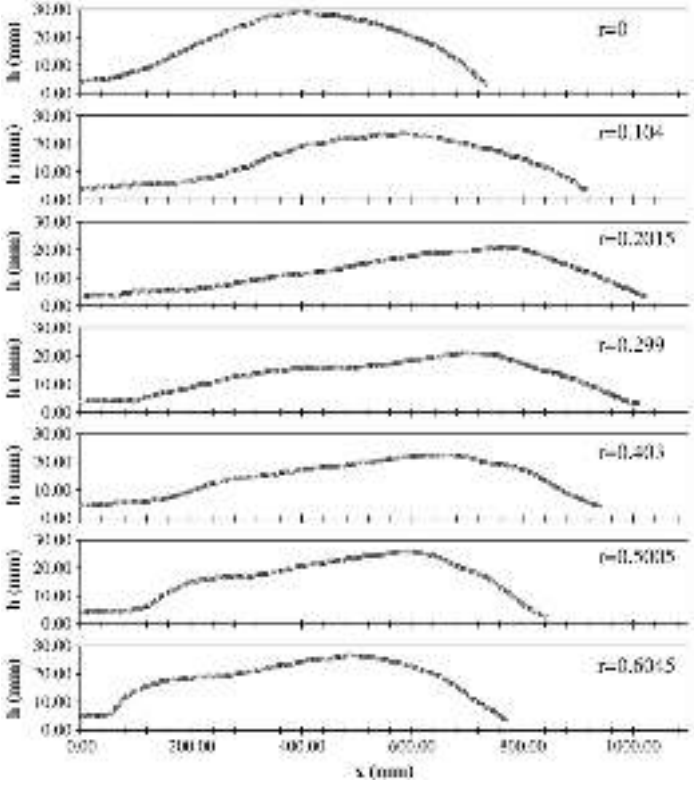
⇒ Rôle critique de la composition

Influence sur la Mobilité





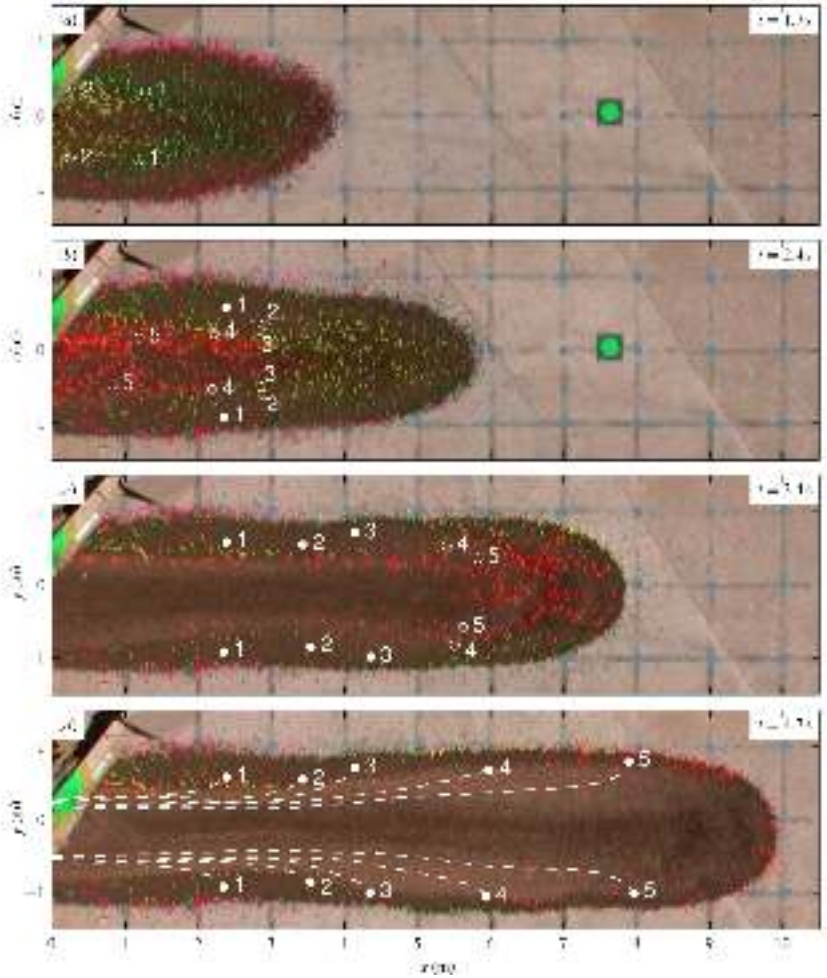
Moro et al CRST 2010



⇒ Couche de lubrification à la base?

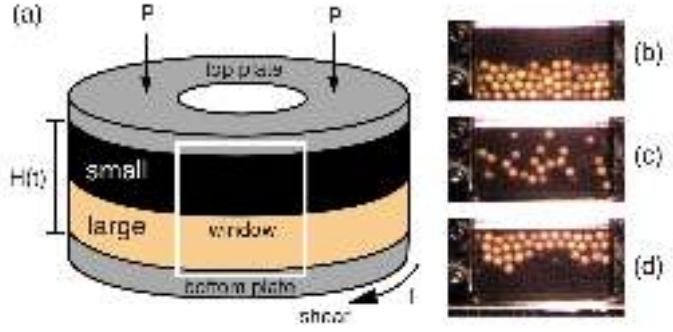
Influence sur la Cinématique

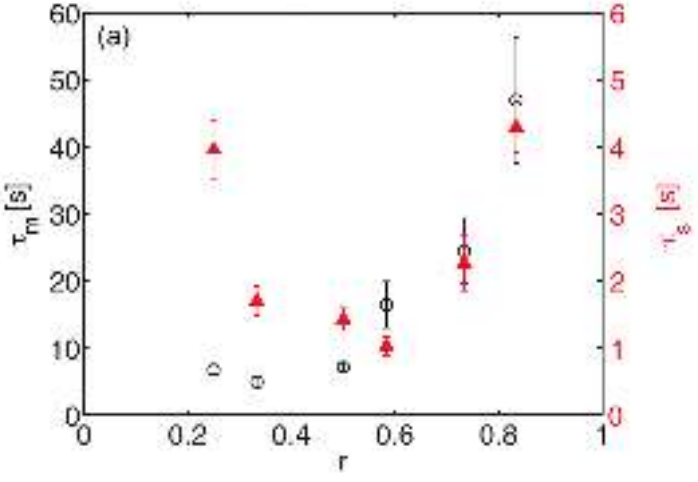
Johnson et al JGR 2014

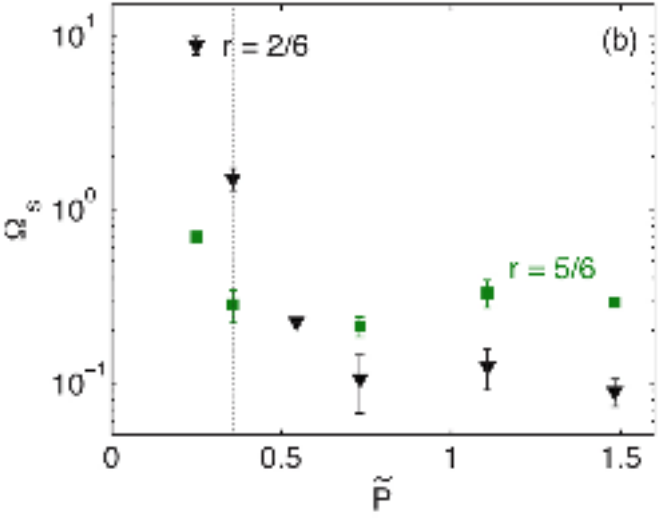


Quels Temps Caractéristiques ?

Golick et al PRE 2009



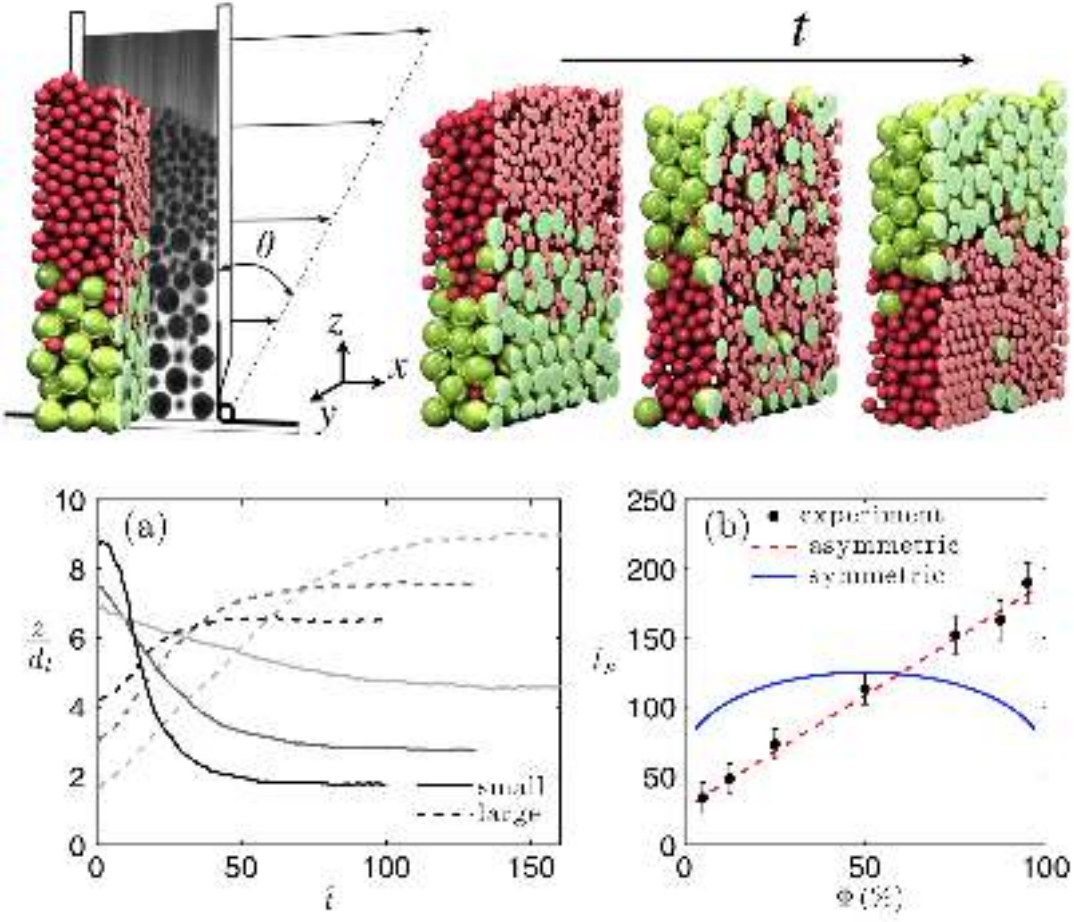




- Influence du rapport d_S/d_L
- Influence de la pression

Quels Temps Caractéristiques ?

Van der Waart et al PRL 2015



⇒ durée de la ségrégation ∝ proportion de petites billes

Introduction

Quel est le moteur principal?
(gradient de pression, chaine de forces, fluctuations de vitesse?)
Comment caractériser la force de poussée?
Difficultés:

- Mécanisme collectif $\neq$ intrus
- Mesures expérimentales difficiles
- Phénomène transitoire, système inhomogène

$\Rightarrow$ Quelques éléments de réponse

$\Rightarrow$ Que disent/pourraient dire les simulations numériques discrètes?

  – Sur les temps caractéristiques
  – Sur les tenseurs de contraintes

Eléments de Modélisation

Powder Technology, *41* (1985) 147 - 158

Particle Mixing and Segregation in Failure Zones — Theory and Experiment

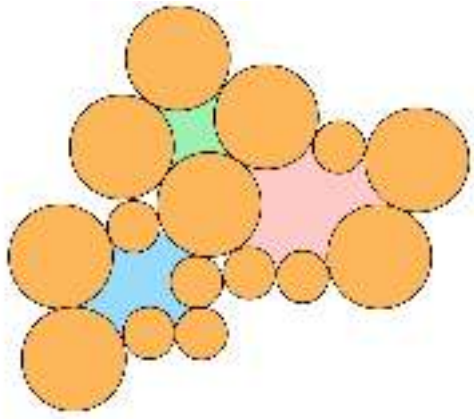
J. BRIDGWATER*
Department of Chemical Engineering, Birmingham University, P.O. Box 363, Birmingham B15 2TT (U.K.)
W. S. FOO
Pan Malaysian Wood Berhad, 270 D Hugh Low Street, Ipoh, Perak (Malaysia)
and D. J. STEPHENS**
Esso Resources Canada Limited, Research Department, 339-50 Avenue SE, Calgary, Alta. (Canada)
(Received December 20, 1983; in revised form January 26, 1984)

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial t}\right)_z + \frac{\partial}{\partial z}\left[p\epsilon\phi(\epsilon) - D\frac{\partial \epsilon}{\partial z}\right]_t = 0$$

- Dépendance de la diffusion (D) et percolation (p) à la dynamique ?
- Dépendance à la composition ϵ, aux gradients de ϵ?

Mécanisme de Base

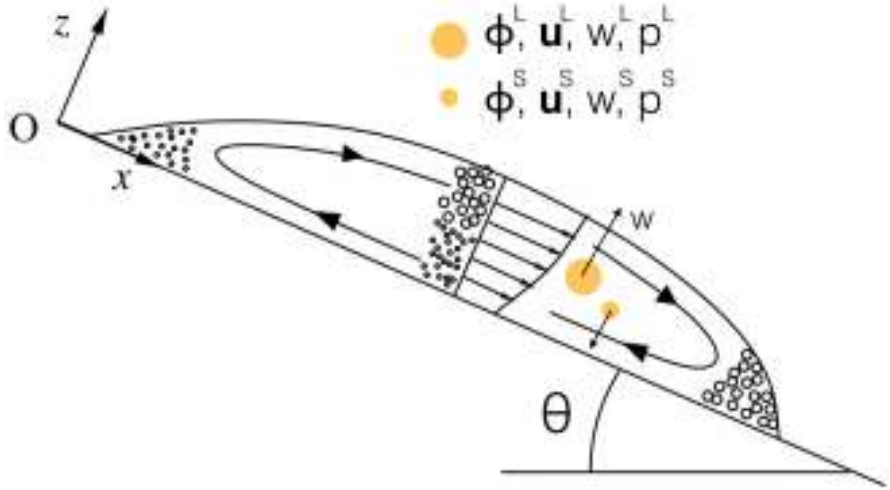
Le tamis cinétique : "the kinetic sieve", Savage and Lun JFM 1988



Argument géométrique:

- Probabilité d'avoir un vide V de taille D: $f_1(d_s/d_L, \phi_L)$
- Probabilité pour un grain d'être capturé par V : $f_2(d_s/d_L, \phi_L, \dot{\gamma})$
- Vitesse de percolation: f_2 + conservation de la masse.

Rôle de la Gravité : Gray and Thornton 2005



$$\frac{\partial \rho^\nu}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}(\rho \boldsymbol{u}^\nu) = 0$$

$$\frac{\partial \rho^\nu \boldsymbol{u}^\nu}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}(\rho^\nu \boldsymbol{u}^\nu \otimes \boldsymbol{u}^\nu) = -\boldsymbol{\nabla} p^\nu + \rho^\nu \boldsymbol{g} + \boldsymbol{\beta}^\nu$$

Rôle de la Gravité : Gray and Thornton 2005

Mélange bi-phasique (Large et Small): $\boldsymbol{\phi^L + \phi^S = 1}$
Densités partielles:

$$\boldsymbol{\rho = \phi^L \rho + \phi^S \rho = \rho^L + \rho^S}$$

Pressions partielles:

$$\boldsymbol{p = p^L + p^S}$$

Conservation du moment suivant z pour les gros grains:

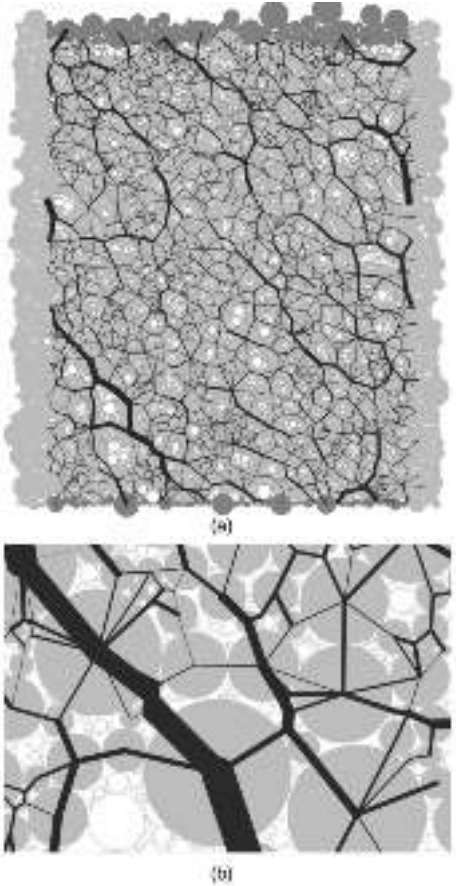
$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho^L \boldsymbol{u}^L}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}(\rho^L \boldsymbol{u}^L \otimes \boldsymbol{u}^L) &= -\boldsymbol{\nabla} p^L + \rho^L \boldsymbol{g} + \boldsymbol{\beta}^L, \\ 0 &= \frac{\partial p^L}{\partial z} - \phi^L \rho \theta g \cos\theta - \beta^L \end{aligned}$$

Force de trainée:

$$\beta^L = -\rho^L c w^L$$

Pression hydro:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \cos\theta \rho g$$



Voivret et al PRL 2009

Mélange classique:

$$\boldsymbol{p = p^L + p^S, \qquad p^L = \phi^L p, \qquad p^S = \phi^S p}$$

$$0 = \phi^L \frac{\partial p}{\partial z} - \phi^L \rho g \cos\theta - \rho^L c w^L$$

Mélange granulaire: nouveau scaling

$$\boldsymbol{p^L = \psi^L p, \qquad p^S = \psi^S p, \qquad \psi^L + \psi^S = 1}$$

$$0 = \psi^L \frac{\partial p}{\partial z} - \phi^L \rho g \cos\theta - \rho^L c w^L$$

d'où:

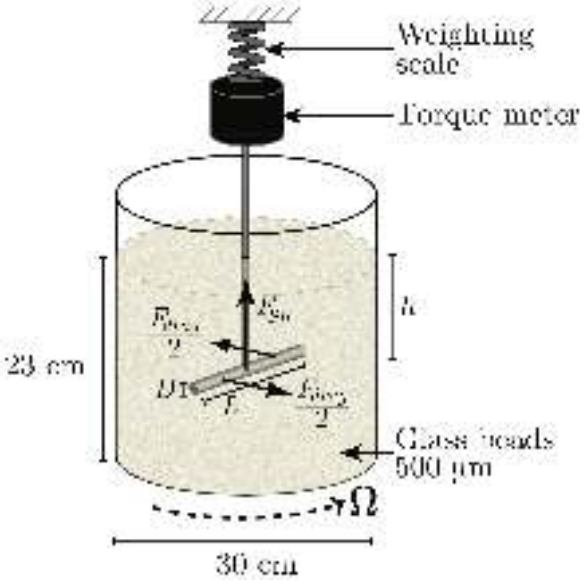
$$\boldsymbol{\phi^L w^L = (\psi^L - \phi^L)(g/c)\cos\theta}$$

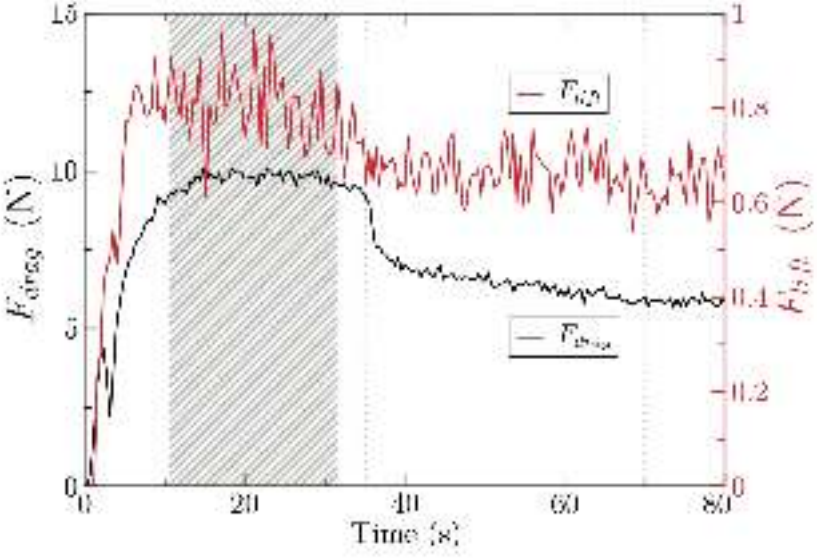
Écrantage des petites billes par les plus grosses lors du processus de percolation

$$\Rightarrow \quad \psi^S < \phi^S \quad \text{et} \quad \psi^L > \phi^L$$

Mesure Expérimentale de la Poussée

Guillard et al POF 2014

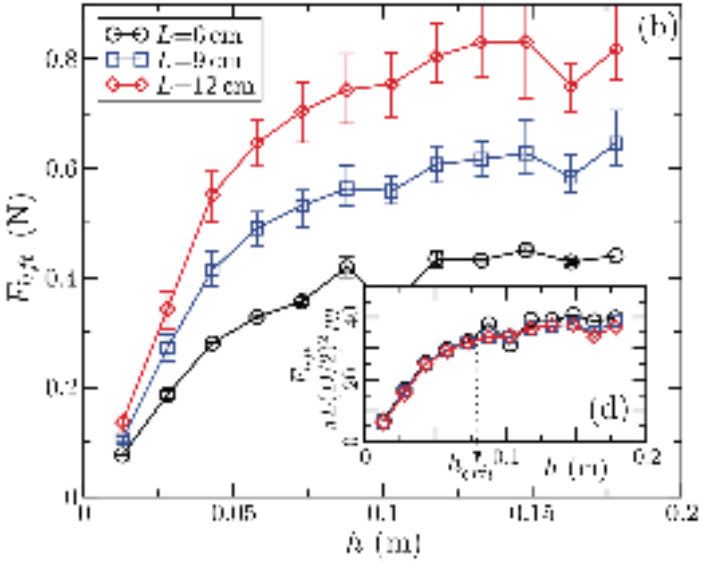


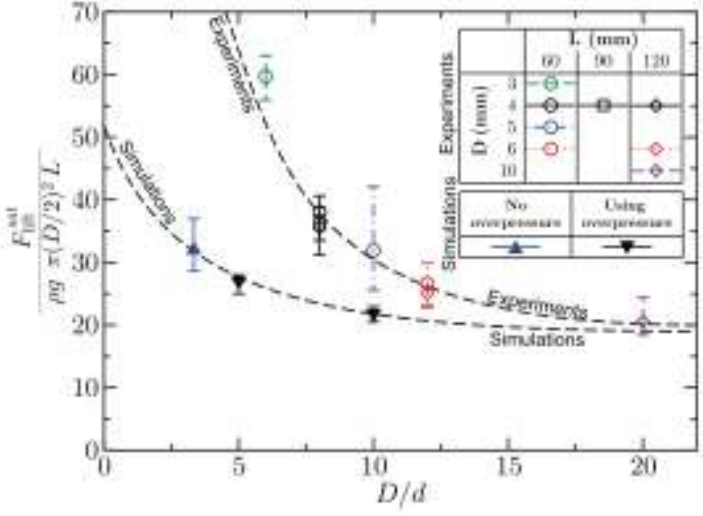


$\Rightarrow$ Mesure d'une force de poussée F_{lift} sur l'intrus

Mesure Expérimentale

Guillard et al POF 2014





$$F_{lift} = C_l\left(\frac{D}{d}\right)\rho g\frac{D^2}{4}L$$

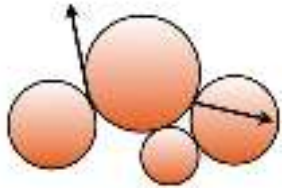
$$20 \leq C_l\left(\frac{D}{d}\right) \leq 60$$

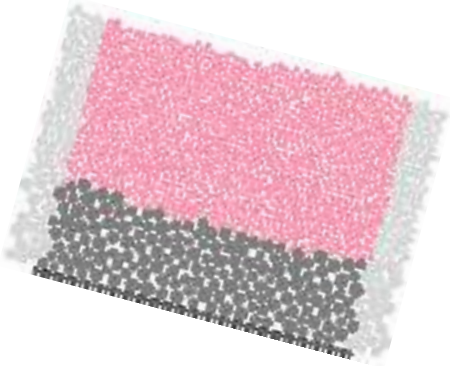
$\Rightarrow$ Force de poussée F_{lift} de grande intensité, indépendante de la pression

Les Expériences Numériques

Simulations discrètes en 2D (Contact Dynamics, Moreau 1988)

- Contrôle des propriétés des grains
- Toutes les quantités accessibles
- Durée d'écoulement infinie

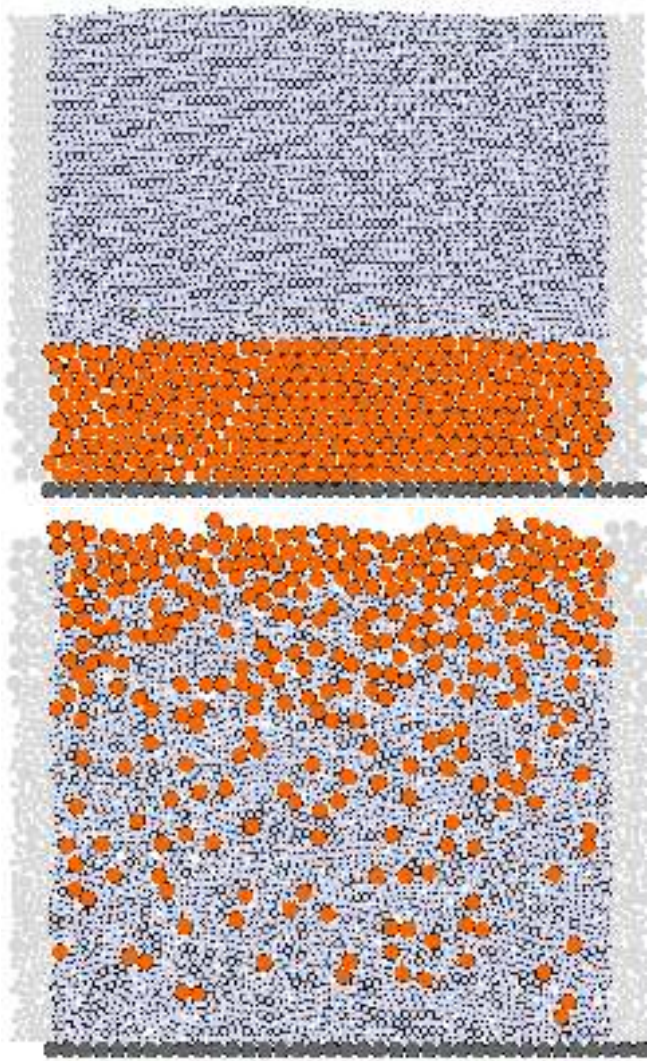


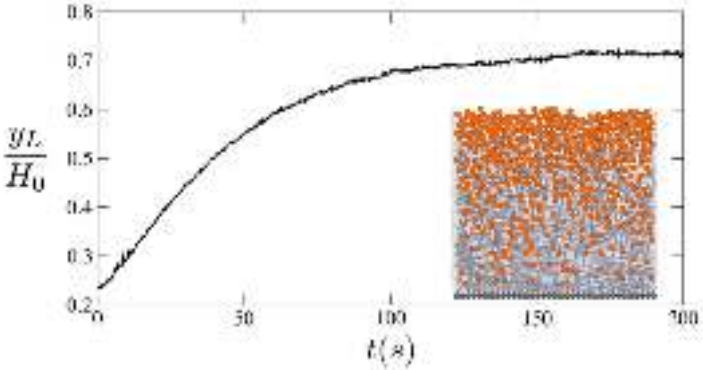


Protocole

- Deux tailles de grains d_L, d_S, telles que $\boldsymbol{d_L/d_S = 2}$
- Mêmes propriétés (frottement, restitution)
- Fraction volumique de gros grains: $\boldsymbol{\xi \in [0.08, 0.93]}$
- Pentes (ie vitesse) $\boldsymbol{\theta \in [17.5°, 22°]}$

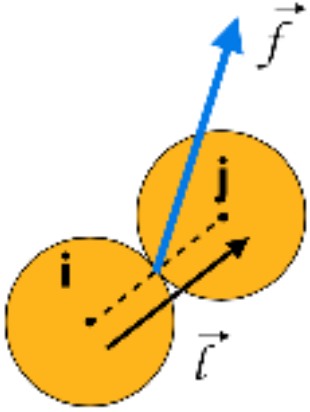
Partition des Forces de Contacts

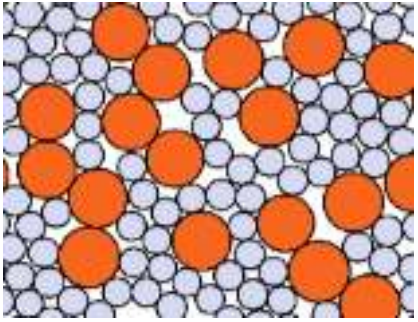




Voivret et al PRL 2009

Partition des Forces de Contacts





Staron and Phillips, PRE 2015

Tenseur de contrainte micromécanique

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{V} \sum_{c \in N_c} \vec{f}^c \otimes \vec{\ell}^c,$$

Tenseurs de contrainte micromécaniques PARTIELS

$\boldsymbol{\sigma}^L$: Tous les contacts impliquant au moins un grain LARGE

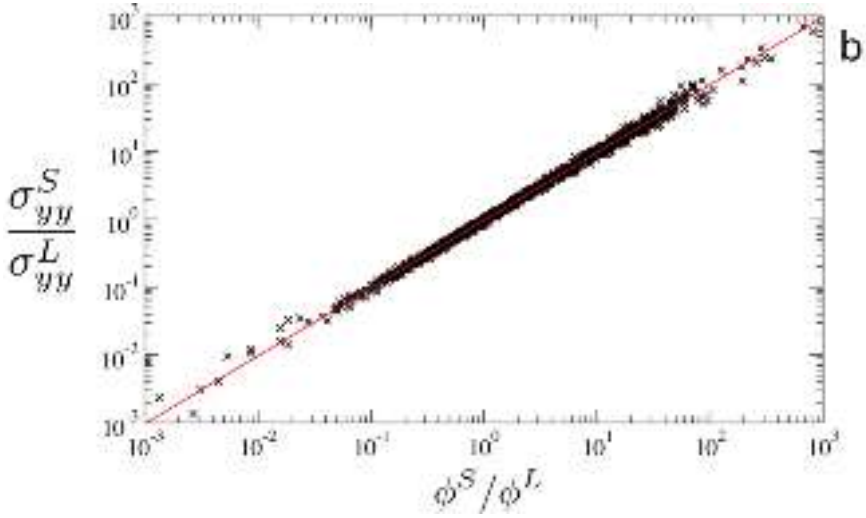
$\boldsymbol{\sigma}^S$: Tous les contacts impliquant au moins un grain SMALL

$$\boldsymbol{\sigma}^L = \frac{1}{V} \sum_{\boldsymbol{c} \in \boldsymbol{N^L}} \vec{f}^c \otimes \vec{\ell}^c$$

$$\boldsymbol{\sigma}^S = \frac{1}{V} \sum_{\boldsymbol{c} \in \boldsymbol{N^S}} \vec{f}^c \otimes \vec{\ell}^c$$

Mélange classique: $\sigma^S_{yy} = \phi^S \sigma_{yy}, \quad \sigma^L_{yy} = \phi^L \sigma_{yy} \Rightarrow \quad \sigma^S_{yy}/\sigma^L_{yy} = \phi^S/\phi^L$

$\theta = 23°$, $\Phi^L \in [0.06, 0.75]$



$$\frac{\sigma^S_{yy}}{\sigma^L_{yy}} \simeq (0.9660 \pm 0.003)\frac{\phi^S}{\phi^L}$$

$$\Rightarrow \sigma^L_{yy} = \psi^L \sigma_{yy} \neq \Phi^L \sigma_{yy}??$$
$$\sigma^S_{yy} = \psi^S \sigma_{yy} \neq \Phi^S \sigma_{yy}??$$

Prise en compte des contacts mixtes?

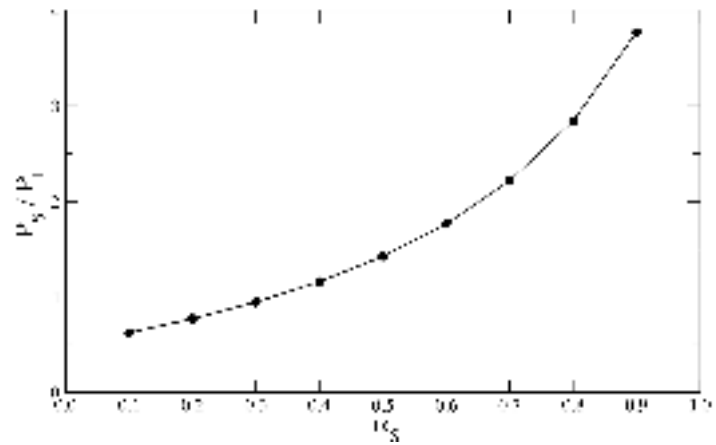
$$N_c = N_c^{LL} + N_c^{SS} + N_c^{LS}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{V}\left(\sum_{c\in N_c^{LL}} + \sum_{c\in N_c^{SS}} + \sum_{c\in N_c^{SL}}\right)$$

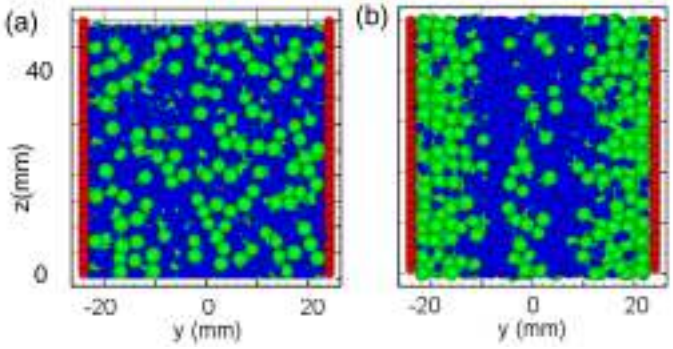
$$\boldsymbol{\sigma}^L = \frac{1}{V}\left(\sum_{c\in N_c^{LL}} + \alpha^L \sum_{c\in N_c^{SL}}\right)$$

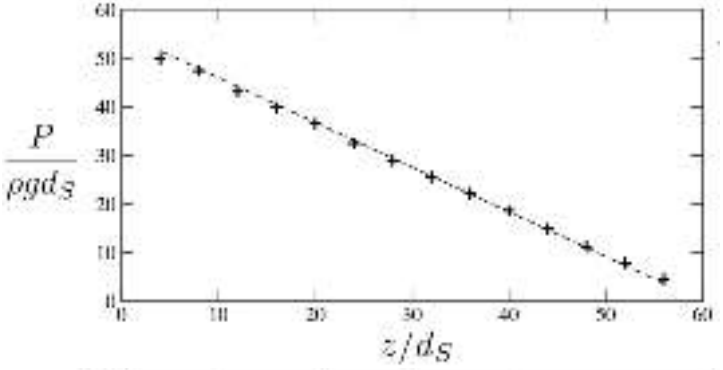
$$\boldsymbol{\sigma}^S = \frac{1}{V}\left(\sum_{c\in N_c^{SS}} + \alpha^S \sum_{c\in N_c^{SL}}\right)$$

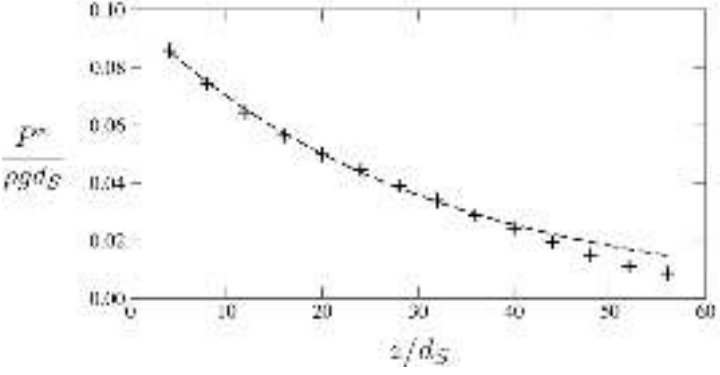
$$\alpha^L + \alpha^S = 1.$$



Rôle des Fluctuations de Vitesse: Hill et al 2014







Ségrégation $\perp$ gravité $\boldsymbol{g}$
$\Rightarrow$ Quel autre mécanisme?

Tenseur de contrainte cinétique:

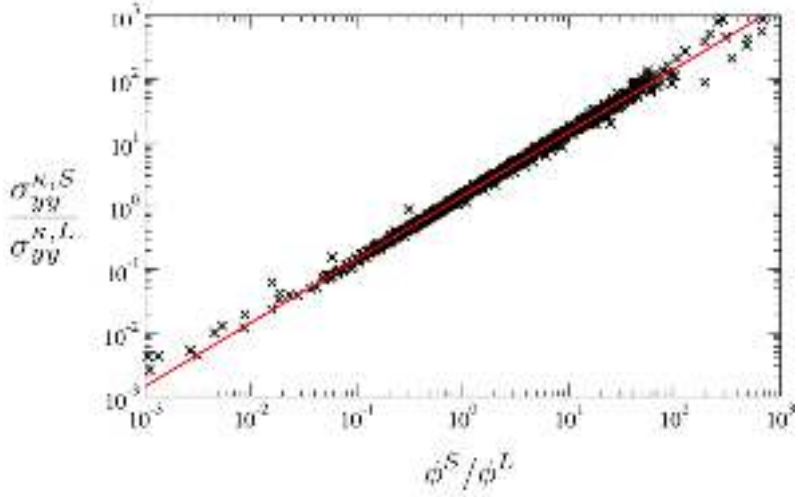
$$\boldsymbol{\sigma}^\kappa = \frac{1}{V}\sum_{i\in N_p} m_i \delta\vec{v}_i \otimes \delta\vec{v}_i,$$

$$P^K << P$$

On introduit les tenseurs de contrainte cinétique partiels:

$$\boldsymbol{\sigma}^{\kappa,L} = \frac{1}{V}\sum_{i\in N_L} m_i \delta\vec{v}_i \otimes \delta\vec{v}_i$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{\kappa,S} = \frac{1}{V}\sum_{i\in N_S} m_i \delta\vec{v}_i \otimes \delta\vec{v}_i$$



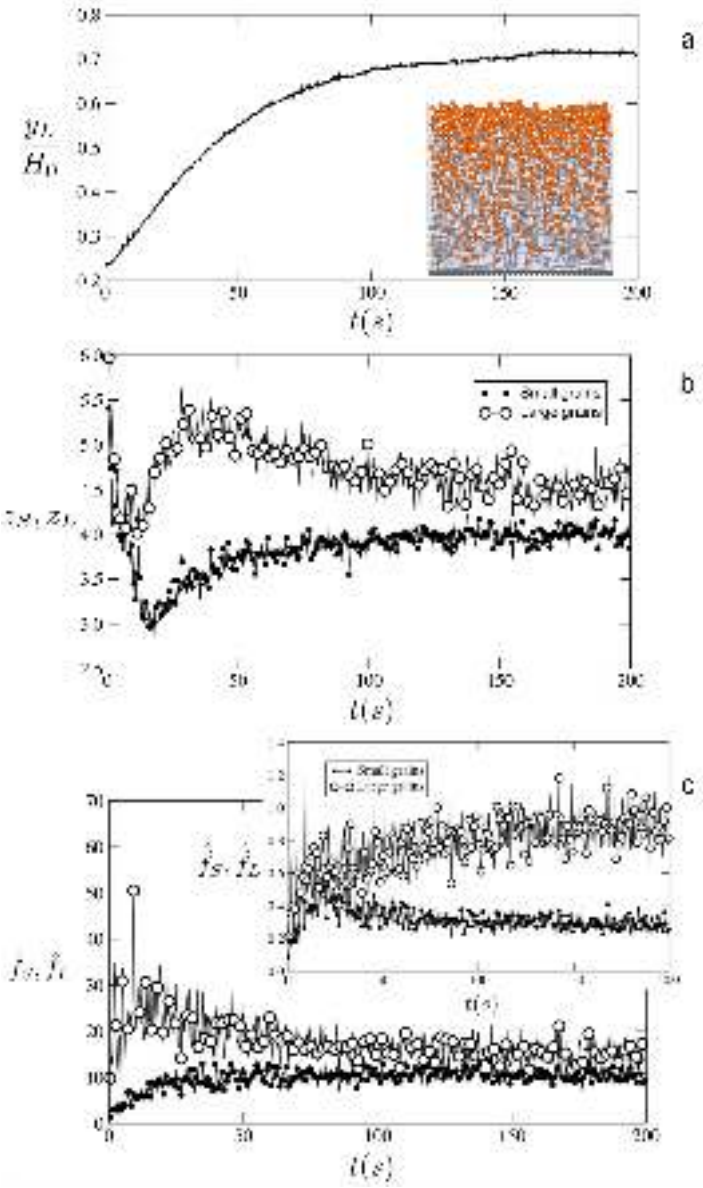
$$\frac{\sigma_{yy}^{\kappa,S}}{\sigma_{yy}^{\kappa,L}} \simeq (1.4413 \pm 0.0022)\left(\frac{\phi^S}{\phi^L}\right)^{1.0057}$$

- Même en régime dense, les fluctuations de vitesse jouent un rôle important

- L'écart à une distribution "classique" des contraintes est plus visible pour les contraintes cinétiques que les contraintes de contacts

- Il existe une difficulté réelle pour le calcul des tenseurs de contrainte de contact partiels

$\Rightarrow$ Utiliser la micro-structure comme proxy?



Microstructure

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{V} \sum_{\alpha \in N_c} \vec{f}^{\alpha} \otimes \vec{\ell}^{\alpha},$$

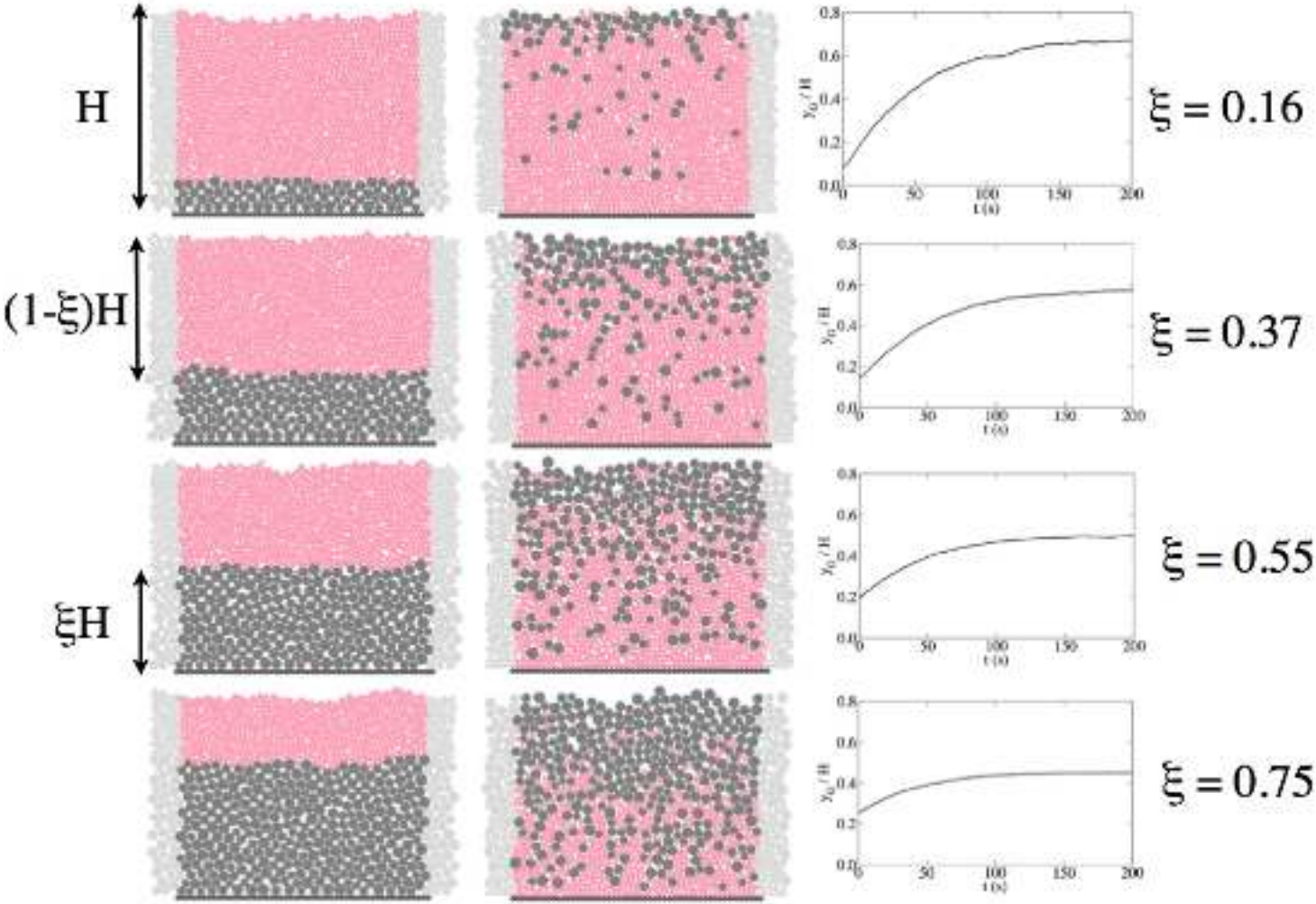
$$\Pi^L \simeq \frac{2}{\pi d_L} z_L f_L \times \phi^L$$

$$\Pi^S \simeq \frac{2}{\pi d_S} z_S f_S \times \phi^S$$

$$\frac{\Pi^S}{\Pi^L} = \frac{d_L}{d_S} \frac{z_S f_S}{z_L f_L} \times \frac{\phi_L}{\phi_S}$$

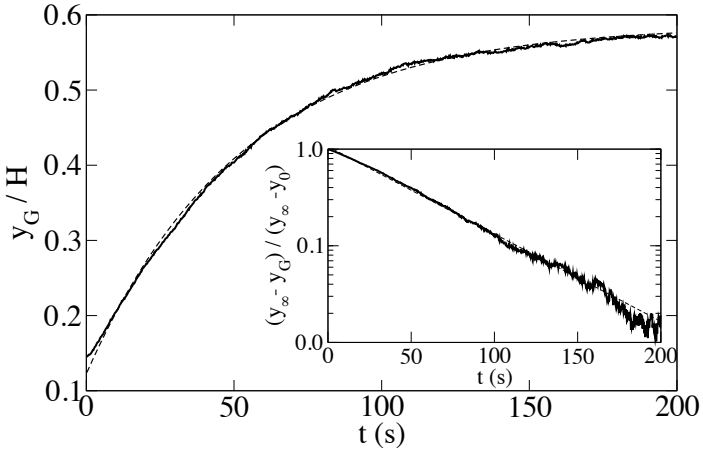
- Plus de contacts dans la phase des gros grains $z_S < z_L$
- Forces plus intenses $f_S < f_L$

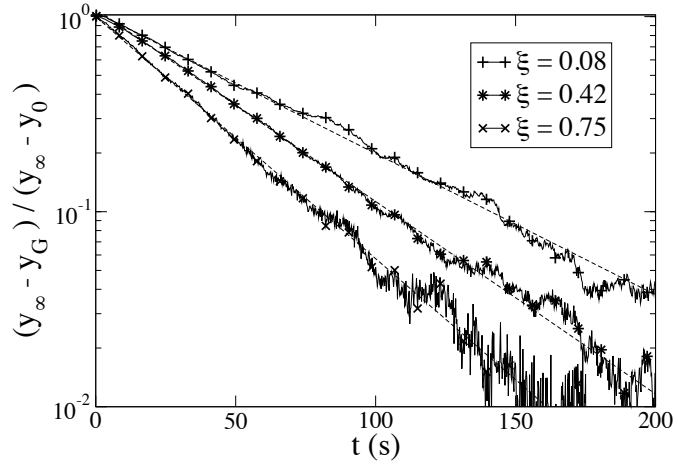
Calcul des temps caractéristiques de ségrégation? Cas $\theta = 18°$



Evolution exponentielle:

Etat initial: $y_G = y_0$, Etat final: $y_G = y_\infty$

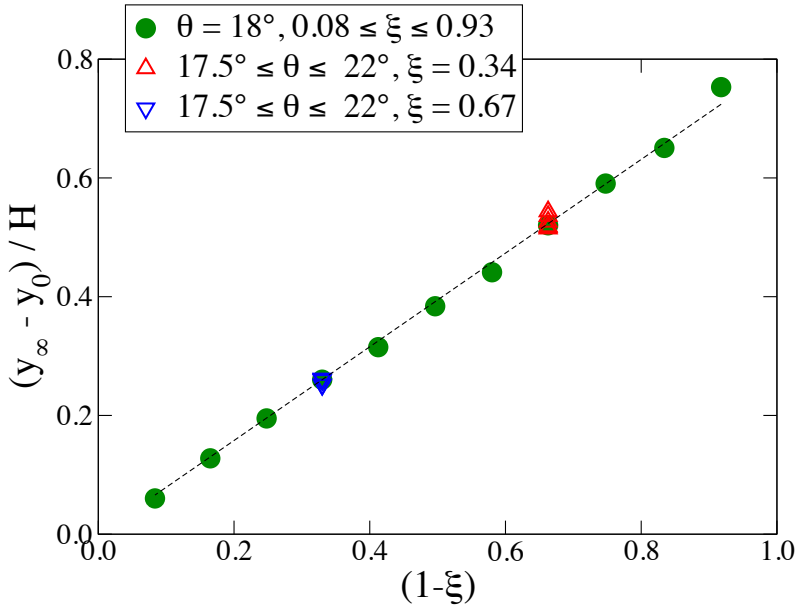




$$y_G(t) = y_0 + (y_\infty - y_0)\left(1 - \exp(-\frac{t}{\tau})\right) \tag{1}$$

$$\tau = \mathcal{F}(\xi) \tag{2}$$

Saturation de l'état final $y_\infty - y_0 \neq (1-\xi)H$



Le taux de ségrégation est indépendent de:

- La composition ξ
- La pente θ/vitesse

Pour ($d_L/d_S = 2$, 2D): $y_\infty - y_0 \simeq 0.79(1-\xi)H$

Un modèle descriptif

Le mouvement vers le haut induit une force de trainée...:

$$F_{\text{drag}} = D \ \dot{y}_G, \qquad [D] = \rho L^2.T^{-1}$$

et résulte d'une force de poussée:

$$F_{\text{lift}} = C \ \frac{y_\infty - y_G(t)}{y_\infty - y_0}, \qquad [C] = \rho L^3 T^{-2}$$

Pas d'accéleration verticale, équilibre:

$$\begin{aligned} F_{\text{lift}} - F_{\text{drag}} &= 0, \\ C \ \frac{y_\infty - y_G}{y_\infty - y_0} - D \ \dot{y}_G &= 0, \\ \dot{y}_G + \frac{C}{D(y_\infty - y_0)} y_G - \frac{C y_\infty}{D(y_\infty - y_0)} &= 0. \end{aligned}$$

$$y_G(t) = y_0 + (y_\infty - y_0) \left(1 - \exp(-\frac{C}{D(y_\infty - y_0)} t) \right)$$

$$y_G(t) = y_0 + (y_\infty - y_0)\left(1 - \exp(-\frac{C}{D(y_\infty - y_0)}t)\right)$$

Temps typique de ségrégation:

$$\tau = \frac{D(y_\infty - y_0)}{C} = \alpha\frac{D}{C}(1-\xi)H$$

Prédiction pour C:

$$[C] = \rho L^3 T^{-2} \qquad \longrightarrow \qquad C \propto \rho d_L^3 \|\dot{\gamma}\|^2 \quad e^{(-\|\dot{\gamma}\|/\gamma_0)},$$

Prédiction pour D:

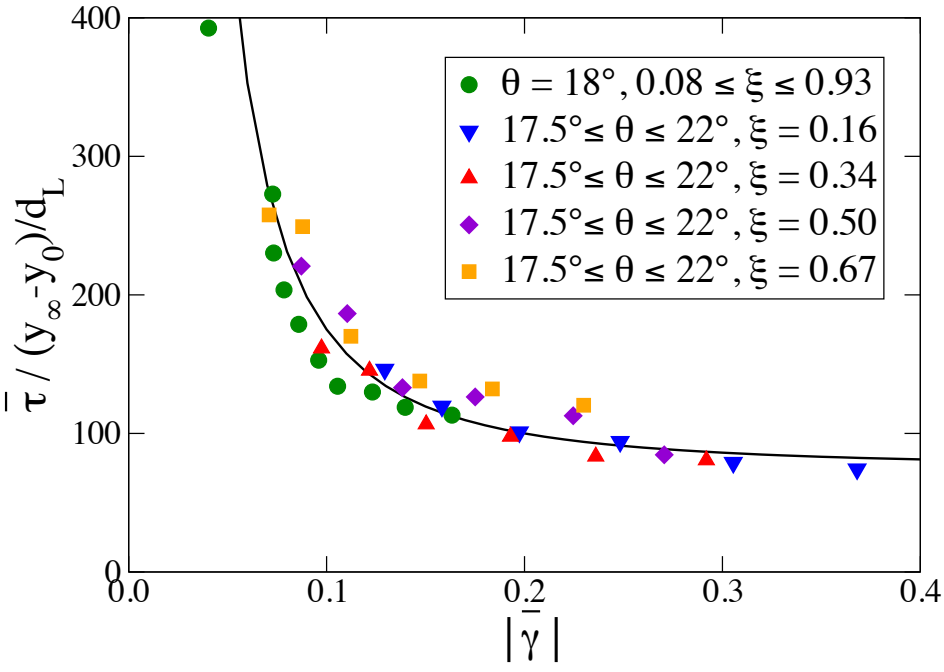
$$[D] = \rho L^2.T^{-1} \qquad \longrightarrow \qquad D \propto \mu\rho g^{1/2} d_L^{3/2},$$

Prédiction for τ:

$$\bar{\tau} \propto \mu\frac{y_\infty - y_0}{d_L}\|\bar{\dot{\gamma}}\|^{-2}, \qquad \begin{array}{l} \bar{\tau} = \tau/\sqrt{d_L/g} \\ \|\bar{\dot{\gamma}}\| = \|\dot{\gamma}\|/\sqrt{g/d_L} \end{array}$$

$$\bar{\tau} \propto \mu \frac{y_\infty - y_0}{d_L} \|\bar{\dot{\gamma}}\|^{-2},$$

$$\bar{\tau} = \tau / \sqrt{d_L/g}$$
$$\|\bar{\dot{\gamma}}\| = \|\dot{\gamma}\| / \sqrt{g/d_L}$$



On obtient $\bar{\tau} \simeq \frac{y_\infty - y_0}{d_L} \left(\|\bar{\dot{\gamma}}\|^{-2} + 75 \right)$

- Simple équilibre entre poussée et trainée
- Relation entre force de poussée et dynamique de l'écoulement

- La microstructure porte la signature de la dysimmétrie gros grains/petits grains

- Difficile de caractériser les contraintes partielles de façon non-ambiguë
  $\Rightarrow$ Expliciter le rôle des contacts mixtes

- Difficile de caractériser l'influence de la dynamique sur la ségrégation
  ($\Rightarrow$ Influence de la ségrégation sur la dynamique?)

$\Rightarrow$ Explorer la taille des grains...